

Studienvorkurs Mathematik

Übungsblatt 1

1. Aufgabe:

Bestimmen Sie den Wahrheitsgehalt folgender Aussagen:

- (a) Wenn 12 gerade ist, dann ist 3 ungerade.
- (b) Wenn 12 ungerade ist, dann ist 3 ungerade.
- (c) Wenn 12 gerade ist, dann ist 3 gerade.
- (d) Wenn 12 ungerade ist, dann ist 3 gerade.

2. Aufgabe:(Kommutativgesetze)

Seien A und B zwei Aussagen. Zeigen Sie, dass

$$A \wedge B \iff B \wedge A$$

und

$$A \vee B \iff B \vee A$$

Tautologien sind.

3. Aufgabe:(Assoziativgesetze)

Seien A , B und C Aussagen. Zeigen Sie, dass

$$A \wedge (B \wedge C) \iff (A \wedge B) \wedge C$$

und

$$A \vee (B \vee C) \iff (A \vee B) \vee C$$

Tautologien sind.

4. Aufgabe:(Distributivgesetze)

Seien A , B und C Aussagen. Zeigen Sie, dass

$$A \wedge (B \vee C) \iff (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

und

$$A \vee (B \wedge C) \iff (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

Tautologien sind.

5. Aufgabe:(Kontraposition)

Seien A und B zwei Aussagen. Zeigen Sie, dass

$$(A \implies B) \iff (\neg B \implies \neg A)$$

eine Tautologie ist.

6. Aufgabe:

Seien A und B zwei Aussagen. Zeigen Sie, dass

$$\neg(A \vee B) \iff (\neg A) \wedge (\neg B)$$

eine Tautologie ist.

7. Aufgabe: Seien A und B zwei Aussagen. Stellen Sie Wahrheitstabellen für

$$(A \implies B), (A \vee \neg B) \text{ und } (\neg A \vee B)$$

auf und überlegen Sie sich, welche der Aussagen logisch gleichwertig sind.

8. Aufgabe:

Definieren Sie eine Aussagenverknüpfung „entweder A oder B “.

9. Aufgabe:

Untersuchen Sie den Wahrheitsgehalt der Aussageformen

$$x^2 + 4x + 4 = 0 \text{ und } x^2 + 4x + 8 = 0$$

für $x \in \mathbb{R}$.

10. Aufgabe:

Beweisen Sie, dass $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.

Hinweis: Sie müssen zeigen, dass kein Bruch $\frac{m}{n} \in \mathbb{Q}$ existiert, dessen Quadrat 2 ist.

Sei p eine Primzahl. Untersuchen Sie, ob \sqrt{p} eine rationale Zahl sein kann.

11. Aufgabe:

Sei $k \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass es unendlich viele Primzahlen der Form $4k + 3$ gibt.