

Johann SJUTS, Osnabrück

## **Kognitive Verzerrungen in der Schulmathematik**

Schnelles Denken kann kognitive Verzerrungen hervorrufen. Komplementär dazu kann langsames Denken zur Kontrolle und Korrektur führen. Die Organisation von Lehr- und Lernprozessen hat dies zu berücksichtigen. Es gilt, bewusst richtigzustellen, wozu man sich unbewusst verleiten lässt.

### **1. Kognitive Verzerrungen – eine kognitionspsychologische begriffliche Einordnung**

Kognitive Verzerrungen sind Gegenstand der Kognitions- und der Sozialpsychologie. Eine kognitive Verzerrung, ein Bias, ist eine Verleitung bzw. eine Tendenz zu einem verfälschten Erinnern, Denken und Urteilen. Kognitive Verzerrungen treten in verschiedenen Formen auf. Zum Beispiel neigen Menschen dazu, Informationen so auszuwählen und so zu deuten, dass sie die eigenen Erwartungen erfüllen; sie neigen dazu, Informationen für wahr zu halten, die ihre vorher gefestigte Meinung bestätigen (*Bestätigungseffekt, engl. confirmation bias*).

Kognitive Verzerrungen erfolgen zumeist unwillentlich und unbewusst. Man spricht auch von kognitiven Täuschungen bzw. kognitiven Illusionen. Sie entstehen durch Intuitionen und Heuristiken und auch durch kognitive Beschränkungen.

Intuitionen sind unmittelbare und ungeprüfte Eingebungen zum situativen Erkennen, Erfassen und Entscheiden. Man unterscheidet Primär- und Sekundärintuitionen (Fischbein 1975, Biehler & Engel 2015, S. 232). Primärintuitionen basieren auf den beschränkten persönlichen Betrachtungen und Erfahrungen. Werden sie indes fortwährend geprüft und angepasst, entwickeln sich Sekundärintuitionen. Hierzu sind systematische Lehr- und Lernprozesse von maßgeblicher Bedeutung. Solchermaßen entstandene Intuitionen zeichnen sich durch zweierlei aus: Zum einen geben sie bei alltäglich – und eben häufig schnell – zu treffenden Entscheidungen ein durchaus verlässliches Gespür für Sicherheit und Richtigkeit. Zum anderen geben sie ein Gespür für Hinweise, die vor Fehlentscheidungen bewahren.

Heuristiken sind Strategien, die gewählt werden, wenn zu einem Problem kein Lösungsweg bekannt ist. Sie sind wichtig, um Ideen zu entwickeln und Ansätze zu finden. Allerdings besteht die Gefahr voreiliger und verkürzter Gedankengänge, die zu Verzerrungen und Verfälschungen führen können. Ein Beispiel ist der *Repräsentativitätseffekt (engl. representativeness bias)*:

Eine Information über ein einzelnes Ereignis bzw. Objekt wird für repräsentativ gehalten und als Grundlage einer allgemeinen Aussage für eine ganze Menge von Ereignissen bzw. Objekten genommen.

Kognitive Verzerrungen werden durch schnelles Denken begünstigt, durch langsames Denken dagegen berichtigt. Von zwei Systemen im Kopf ist folglich die Rede (Kahneman 2012). Das schnelle Denken ist ständig aktiv, es geht umstandslos und mühelos, unwillentlich und unbewusst vonstatten. Dabei kann Fehlerhaftes und Falsches auftreten. Das langsame Denken ist in der Regel passiv. Es kommt in Gang, wenn etwas Schwieriges, Gefährliches oder Unerwartetes erscheint. Dann übernimmt es die Aufgabe, zu prüfen und zu revidieren. Indes ist die Aktivität des langsamen Denkens mit Energieaufwand, mit Anstrengung, auch mit Bewusstheit und Willenskraft verbunden.

## **2. Kognitive Verzerrungen – eine mathematikdidaktische beispielbezogene Darlegung**

Aufgabe: Du bist der zehnte von vorn und von hinten. Wie viele seid ihr insgesamt?

Etwas unbekümmert sind die Antworten 20 und 21. Diese beiden Ergebnisse lassen sich indes durch den Rückgriff auf die doppelt zu berücksichtigende Zahl 10 erklären:  $10 + 10 = 20$  bzw.  $10 + 1 + 10 = 21$  sind die zugehörigen Rechnungen. Hier lässt sich der so genannte *Verankerungs- bzw. Anpassungseffekt* (engl. *anchoring bias*) beobachten. Die Rechnungen sind durch die im Text (doppelt) vorhandene Zahl 10 verankert. Nicht selten ist einem die Unvorsichtigkeit jedoch bewusst, so dass eine Kontrollüberlegung einsetzt. Die gedankliche Organisation kann dabei auf verschiedene Weisen erfolgen. Zu der einen Überlegung, sich selbst doppelt gezählt zu haben, gehört die Rechnung  $2 \cdot 10 - 1 = 19$ , zu der anderen Überlegung, dass vor einem 9 und hinter einem 9 sind, die Rechnung  $9 + 1 + 9 = 19$ .

Kommen kardinale und ordinale Zahlaspekte sowie arithmetische Anforderungen wie in dieser Aufgabe zusammen, ist eine besonders ausgeprägte Selbstüberprüfung der Verankerung erforderlich.

Aufgabe: Du überholst den dritten. Welchen Platz hast du dann?

Vorschnell ist die Antwort, den zweiten Platz erreicht zu haben. Hier suggeriert der Überholvorgang, nun vor dem dritten zu liegen. Man kann von einem auf diese Annahme bezogenen *Rahmungseffekt* (engl. *framing bias*) sprechen. Möglicherweise kommt auch der bereits erwähnte *Bestätigungseffekt* zum Tragen. Tatsächlich ist lediglich der dritte Platz erreicht. Die kognitive Rahmung ist unterschiedlich, je nachdem, ob der, der überholt, zu einer Illusion über den neuen Platz neigt, oder nüchtern feststellt, vom vierten auf den dritten Platz vorgerückt zu sein.

Im Unterschied zur vorherigen Aufgabe ist hier lediglich der ordinale Zahlenaspekt von Bedeutung.

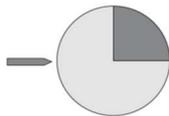
Aufgabe (Biehler & Engel 2015, S. 233): Welche der Folgen beim fünffachen Münzwurf (W: Wappen, Z: Zahl) ist am wahrscheinlichsten?

a) WWWZZ, b) WZZWZ, c) ZWZZZ, d) WZWZW

Es überwiegt die Antwort b) (Biehler & Engel 2015, S. 233). Die Erklärung liegt darin, dass das Maß an zugeschriebener Zufälligkeit als ausschlaggebend angesehen wird. Eine Folge, die geordnet (WWWZZ), auffällig anzahlungleich (ZWZZZ) oder gleichmäßig (WZWZW) aussieht, wird für weniger zufällig gehalten als eine Folge, die ungeordnet (WZZWZ) erscheint.

Menschen neigen dazu, in ihrem Urteil das am meisten zufällig aussehende Ereignis für prototypisch, für repräsentativ zu halten (*Repräsentativitätseffekt*).

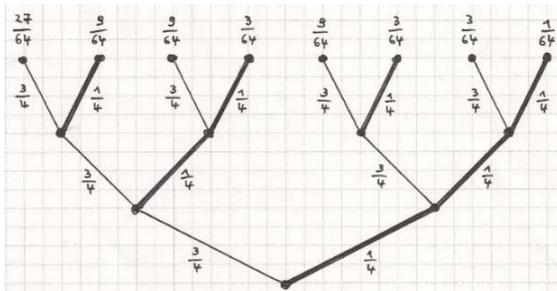
Aufgabe (Sjuts 2014, S. 229 f.): Ein Glücksrad wird dreimal gedreht.



Welches Ereignis ist wahrscheinlicher, dreimal WEISS oder zweimal WEISS und einmal SCHWARZ?

Die unzutreffende Antwort, dass dreimal WEISS wahrscheinlicher ist als zweimal WEISS und einmal SCHWARZ, wird rasch gegeben. Sie entsteht durch schnelles Denken; man ist mit ihr intuitiv zufrieden. Zweifel an der Richtigkeit liegen nicht allzu nahe.

Allerdings sind hier, wie auch sonst beim probabilistischen, stochastischen und statistischen Denken, die Intuitionen wenig verlässlich. Ihnen ist auf probate Weise zumeist nur mit spezifischen Darstellungen zu begegnen. Eine solche ist das Baumdiagramm:



Das Baumdiagramm ist zu einer konventionellen Darstellung (wie Tabelle, Tupel oder Koordinatensystem) geworden. Es wirkt wie ein Werkzeug, mit dem sich intuitive stochastische und probabilistische Lösungsansätze systematisch überprüfen lassen.

### **3. Kognitive Verzerrungen – eine berufsfeldorientierte handlungsleitende Bewertung**

Intuitionen und Heuristiken sind mit Verzerrungseffekten verbunden. Darauf weisen kognitions- und sozialpsychologische Forschungen nachdrücklich hin. Indes fallen die Folgerungen, wie damit umzugehen ist, beinahe gegensätzlich aus. Auf der einen Seite heißt es, intuitiven Entscheidungen des schnellen Denkens nicht naiv zu vertrauen, sondern sie mit langsamem Denken zu kontrollieren (Kahnemann 2012), auf der anderen Seite heißt es, intuitiven Entscheidungen durchaus zu folgen, da sie auf Faustregeln basieren, die als erfolgreiche Strategien gelten können (Gigerenzer 2014).

Zu bedenken ist, dass das schnelle Denken weniger kognitive Ressourcen beansprucht als das langsame Denken. Es muss also darum gehen, Primärintuitionen zu Sekundärintuitionen weiterzuentwickeln. Letztere beruhen auf Expertise. Es gilt, diese in einem fachlich systematischen Unterricht aufzubauen.

Auch die Beurteilungen sind unterschiedlich. Die durch Intuitionen und Heuristiken bedingten Verzerrungen und Verfälschungen werden als „erschreckend“ (Kahneman 2012, S. 62) bezeichnet. Menschen vertrauen dem irrtums- und fehleranfälligen schnellen Denken und unterlassen das klärende und richtigstellende langsame Denken. Es ist „verstörend, wenn man sieht, wie leicht sie zufriedenzustellen sind und dann nicht mehr nachdenken“ (Kahneman 2012, S. 64). Demgegenüber stehen Möglichkeiten, Intuitionen systematisch zu entwickeln und Heuristiken reflektiert einzusetzen. Den etwaigen Verzerrungen und Verfälschungen kann durch geeignete Wissensrepräsentationen begegnet werden. Schon sehr früh ist es beispielsweise möglich, das stochastische und probabilistische Denken (spiel- und) materialbasiert in strukturierter und systematischer Weise zu schulen.

#### **Literatur**

- Biehler, R. & Engel, J. (2015): Stochastik: Leitidee Daten und Zufall. In: R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.): Handbuch der Mathematikdidaktik. Springer: Berlin, Heidelberg, S. 221-251.
- Fischbein, E. (1975): The intuitive sources of probabilistic thinking in children. Reidel: Dordrecht.
- Gigerenzer, G. (2014): Risiko: Wie man die richtigen Entscheidungen trifft. btb: München.
- Kahneman, D. (2012): Schnelles Denken, langsames Denken. Siedler: München.
- Sjuts, J. (2014): Mathematikunterricht planen, durchführen, reflektieren und evaluieren. In: H. Linneweber-Lammerskitten (Hrsg.): Fachdidaktik Mathematik. Grundbildung und Kompetenzaufbau im Unterricht der Sek. I und II. Seelze, S. 219-235.